

### Control 4

**P1.** En el desarrollo de  $(1+x)^{16} \left( \frac{a}{x^2} - b \cdot x^{\frac{10}{3}} \right)^8$ ,  $a, b \neq 0$

- a) (4,5 ptos.) Determinar el coeficiente de  $x^{16}$ .
- b) (1,5 ptos.) ¿Qué condición debe existir entre  $a$  y  $b$  para que no exista el término  $x^{16}$ ?

**P2.** (6,0 ptos.) Calcule, en función de  $n$ , la suma:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \binom{n}{k-1} 3^k.$$

**P3.** (i) (3,0 ptos.) Sean  $A, B, C$  conjuntos infinitos tales que

$$A \cap B = \emptyset, A \cap C = \emptyset \text{ y } |B| = |C|.$$

Demuestre que  $|A \cup B| = |A \cup C|$ .

(ii) (3,0 ptos.) Considere el conjunto

$$C = \{\dots, -16, -9, -4, -1, 1, 4, 9, 16, \dots\},$$

es decir,  $C$  es el conjunto de todos los cuadrados de números naturales y sus opuestos.  
Demuestre que  $C$  es infinito numerable.

09 de mayo de 2009  
Sin consultas  
Tiempo: 1:15 hrs.